

Estimation de variabilité pour le démélange non-supervisé d'images hyperspectrales

Pierre-Antoine THOUVENIN¹, Nicolas DOBIGEON, Jean-Yves TOURNERET

Université de Toulouse, IRIT/INP-ENSEEIH



XXV^e colloque Grets, ENS Lyon

9 Septembre 2015

1. Thèse financée par la Direction Générale de l'Armement (DGA).

Introduction : principe du démélange

- Images hyperspectrales : forte résolution spectrale (10 nm), faible résolution spatiale ($20 \text{ m} \times 20 \text{ m}$);
- Spectres observés : mélange de plusieurs signatures élémentaires (*endmembers*);
- Endmembers présents dans des proportions inconnues en chacun des pixels (*abondances*).

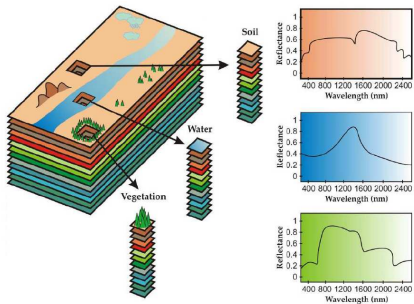


FIGURE 1: Principe du démélange.

Modèle de mélange classique

Modèle de mélange linéaire

Observations représentées par une combinaison linéaire des endmembers recherchés

$$\forall n \in \llbracket 1, N \rrbracket, \quad \mathbf{y}_n = \sum_{k=1}^K a_{kn} \mathbf{m}_k + \mathbf{b}_n \quad (1)$$

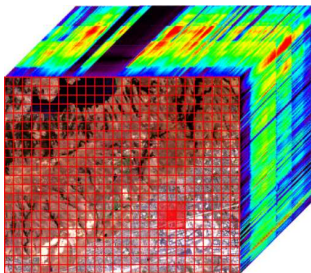
$$\mathbf{Y} = \mathbf{M}\mathbf{A} + \mathbf{B} \quad (2)$$

Contraintes

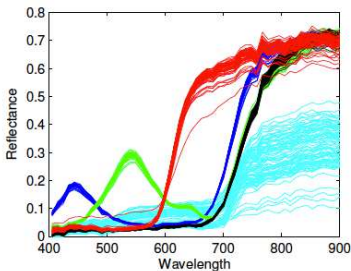
$$\mathbf{A} \succeq \mathbf{0}_{K,N}, \quad \mathbf{A}^T \mathbf{1}_K = \mathbf{1}_N, \quad \mathbf{M} \succeq \mathbf{0}_{L,K} \quad (3)$$

Démélange et variabilité spectrale

- Variation des signatures élémentaires identifiées en fonction des conditions d'acquisition : variabilité spectrale ;
- Variabilité : l'un des facteurs d'erreur majeurs lors de l'estimation des coefficients d'abondances ;
- Risque de propagation des erreurs d'estimation dans le cas de procédures non-supervisées \Rightarrow nouveaux modèles nécessaires.



(a) Variabilité spatiale (inter-pixel)



(b) Variabilité des endmembers²

FIGURE 2: Variabilité spectrale.

2. P. Gader, A. Zare, R. Close, J. Aitken, G. Tuell, MUUFL Gulfport Hyperspectral and LiDAR Airborne Data Set, University of Florida, Gainesville, FL, Tech. Rep. REP-2013-570, Oct. 2013.

Démélange et variabilité spectrale (suite)

Deux exemples de méthodes proposées dans la littérature pour aborder la variabilité

- Automated endmember bundles (AEB) [1, 2, 3]
 - ▷ utilisation d'une librairie de signatures spectrales pour le démélange (extraite des données ou disponible *a priori*).
- Normal compositional model (NCM) [4], Beta compositional model (BCM) [5]
 - ▷ endmembers modélisés par des vecteurs aléatoires.

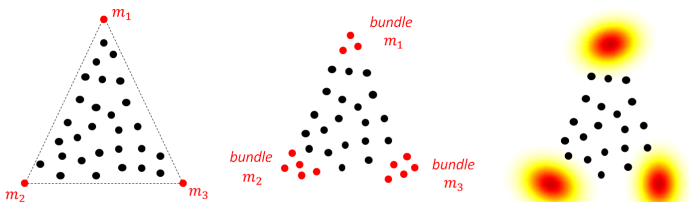


FIGURE 3: Différentes représentations de la variabilité dans le simplexe occupé par les données.

Méthode de démélange

Modèle de mélange linéaire perturbé (MMLP) [6]

Observations représentées par une combinaison linéaire d'endmembers potentiellement perturbés

$$\forall n \in \llbracket 1, N \rrbracket, \quad \mathbf{y}_n = \sum_{k=1}^K a_{kn} (\mathbf{m}_k + \mathbf{d}\mathbf{m}_{n,k}) + \mathbf{b}_n \quad (4)$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{M}\mathbf{A} + \underbrace{\left[\mathbf{d}\mathbf{M}_1\mathbf{a}_1 \mid \dots \mid \mathbf{d}\mathbf{M}_N\mathbf{a}_N \right]}_{\Delta} + \mathbf{B} \quad (5)$$

⇒ Modèle de mélange facilement adaptable en présence de variabilité spatiale et temporelle : problème abordable pour des images suffisamment petites en nombre restreint.

Contraintes

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \succeq \mathbf{0}_{K,N}, \quad \mathbf{A}^T \mathbf{1}_K = \mathbf{1}_N, \quad \mathbf{M} \succeq \mathbf{0}_{L,K} \\ \mathbf{M} + \mathbf{d}\mathbf{M}_n \succeq \mathbf{0}_{L,K}, \quad \|\mathbf{d}\mathbf{M}_n\|_F^2 \leq \sigma^2 \quad \forall n = 1, \dots, N \end{aligned} \quad (6)$$

Méthode de démélange

Formulation du problème

$$(\mathbf{M}^*, \mathbf{dM}^*, \mathbf{A}^*) \in \arg \min_{\mathbf{M}, \mathbf{dM}, \mathbf{A}} \left\{ \mathcal{J}(\mathbf{M}, \mathbf{dM}, \mathbf{A}) \text{ s.c. (3)} \right\} \quad (7)$$

$$\mathcal{J}(\mathbf{M}, \mathbf{dM}, \mathbf{A}) = \underbrace{\frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{MA} - \mathbf{\Delta}\|_{\mathbb{F}}^2}_{\text{attache aux données}} + \underbrace{\alpha \Phi(\mathbf{A}) + \beta \Psi(\mathbf{M})}_{\text{pénalités}} \quad (8)$$

Choix des pénalités :

- Φ : favoriser des abondances spatialement lisses
- Ψ : contraindre le volume occupé par le $(K - 1)$ -simplexe formé par les endmembers.

À partir d'une solution initiale, résolution du problème à l'aide d'un algorithme de minimisation alternée : PALM (Proximal alternating linearized minimization³).

3. J. Bolte, S. Sabach, and M. Teboulle, "Proximal alternating linearized minimization for non-convex and nonsmooth problems," *Mathematical Programming*, vol. 1-2, no. 146, pp. 459–494, July 2013.

Pénalités choisies

Pénalité sur les abondances

Pénalité visant à favoriser une variation spatiale lisse^a

$$\Phi(\mathbf{A}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{H}\|_F^2 \quad (9)$$

où $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{N \times 4N}$ permet de calculer les différences entre les abondances d'un pixel donné et celles de ses 4 plus proches voisins.

a. J. Chen, C. Richard, and P. Honeine, "Nonlinear estimation of material abundance in hyper-spectral images with " ℓ_1 -norm spatial regularization," IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., vol. 52, no. 5, pp. 2654–2665, May 2014.

Pénalité sur les endmembers

Pénalité permettant d'approcher le volume du $(K - 1)$ -simplexe^a :

$$\Psi(\mathbf{M}) = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \|\mathbf{m}_i - \mathbf{m}_j\|_2^2. \quad (10)$$

a. M. Berman, H. Kiiveri, R. Lagerstrom, A. Ernst, R. Dunne, and J. F. Huntington, "ICE : A statistical approach to identifying endmembers in hyperspectral images," IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., vol. 42, no. 10, pp. 2085–2095, Oct. 2004.

Algorithme de démélange (PALM)

Algorithme 1 : Algorithme de démélange (MMLP).

Données : \mathbf{Y} , $\mathbf{A}^{(0)}$, $\mathbf{M}^{(0)}$, $\mathbf{dM}^{(0)}$, $\gamma_1 > 1$, $\gamma_2 > 1$, $\gamma_3 > 1$

Début

```

     $k \leftarrow 0$ ;
    tant que critère d'arrêt non satisfait,
    // Mise à jour des abondances
    pour  $n = 1$  à  $N$  faire
(a)    $\mathbf{a}_n^{(k+1)} \leftarrow \text{Update}(\mathbf{a}_n^{(k)})$ ;
    // Mise à jour des endmembers
(b)    $\mathbf{M}^{(k+1)} \leftarrow \text{Update}(\mathbf{M}^{(k)})$ ;
    // Mise à jour de la variabilité
    pour  $n = 1$  à  $N$  faire
(c)    $\mathbf{dM}_n^{(k+1)} \leftarrow \text{Update}(\mathbf{dM}_n^{(k)})$ ;
     $k \leftarrow k + 1$ ;
     $\mathbf{A} \leftarrow \mathbf{A}^{(k)}$ ,  $\mathbf{M} \leftarrow \mathbf{M}^{(k)}$ ,  $\mathbf{dM} \leftarrow \mathbf{dM}^{(k)}$ ;
  
```

Résultats : \mathbf{A} , \mathbf{M} , \mathbf{dM}

Détail des étapes de mise à jour

$$\mathbf{a}_n^{(k+1)} = \mathcal{P}_{S_K} \left(\mathbf{a}_n^{(k)} - \frac{1}{\lambda_n^{(k)}} \nabla_{\mathbf{a}_n} \mathcal{J} \right) \quad (11)$$

$$\lambda_n^{(k)} = \gamma_1 L_{1,n}^{(k)} \quad (12)$$

$$\mathbf{M}^{(k+1)} = (\mathcal{P}_{1,+} \circ \dots \circ \mathcal{P}_{N,+} \circ \mathcal{P}_+) \left(\mathbf{M}^{(k)} - \frac{1}{\mu^{(k)}} \nabla_{\mathbf{M}} \mathcal{J} \right) \quad (13)$$

$$\mu^{(k)} = \gamma_2 L_2^{(k)} \quad (14)$$

$$\mathbf{dM}_n^{(k+1)} = (\mathcal{P}_{\sigma^2} \circ \mathcal{P}_+) \left(\mathbf{dM}_n^{(k)} - \frac{1}{\nu_n^{(k)}} \nabla_{\mathbf{dM}_n} \mathcal{J} \right) \quad (15)$$

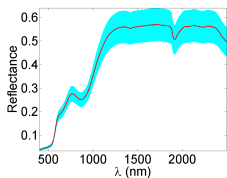
$$\nu_n^{(k)} = \gamma_3 L_{2,n}^{(k)} \quad (16)$$

TABLE 1: Notations.

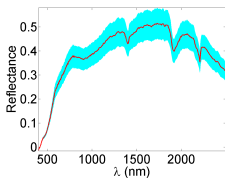
$L_{1,n}^{(k)}, L_2^{(k)}, L_{3,n}^{(k)}$	constantes de Lipschitz de $\nabla_{\mathbf{a}_n} \mathcal{J}, \nabla_{\mathbf{M}} \mathcal{J}, \nabla_{\mathbf{dM}_n} \mathcal{J}$
S_K	simplexe unité
\mathcal{P}_{S_K}	projecteur sur S_K
$\mathcal{P}_{n,+}$	projecteur sur $\{\mathbf{X} \mathbf{X} + \mathbf{dM}_n \succeq \mathbf{0}_{L,K}\}$
\mathcal{P}_+	projecteur sur $\{\mathbf{X} \mathbf{X} \succeq \mathbf{0}_{L,K}\}$
\mathcal{P}_{σ^2}	projecteur sur $\{\mathbf{X} \ \mathbf{X}\ _F^2 \leq \sigma^2\}$
γ_i	constantes > 1

Résultats : détails sur les données synthétiques

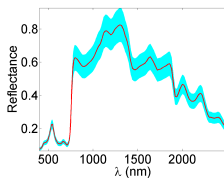
- ▷ Absence de pixels purs dans le mélange synthétique ;
- ▷ Énergie moyenne de la variabilité introduite : $5 \times 10^{-4}\%$ de l'énergie moyenne des endmembers ;
- ▷ Constantes utilisées : $\varepsilon = 2 \times 10^{-3}$, $\gamma_i = 1.1$, $\alpha = 2.4$, $\beta = 3.2 \times 10^{-3}$, $\sigma^2 = 0.12$.



(a)



(b)



(c)

FIGURE 4: Spectres purs des données synthétiques et variabilité générée (spectres purs en rouge, variabilité en cyan).

Résultat sur données synthétiques

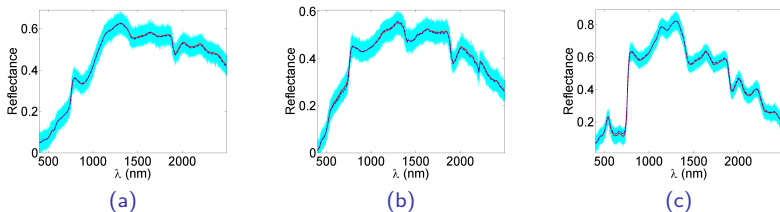


FIGURE 5: Spectres purs et variabilité estimés (spectres purs en rouge, VCA en pointillés bleus, variabilité en cyan).

TABLE 2: Résultats de simulation sur données synthétiques.

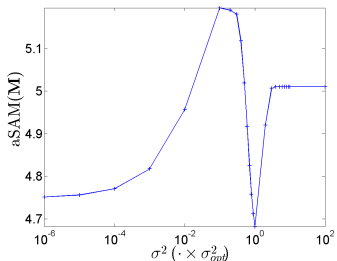
		VCA/FCLS	AEB	Méthode proposée
aSAM(M)	($^{\circ}$)	5.0639	5.1104	4.5442
GMSE(A)	($\times 10^{-2}$)	2.07	2.11	1.52
GMSE(dM)	($\times 10^{-4}$)	/	/	5.43
RE	($\times 10^{-4}$)	2.66	2.66	0.52
aSAM(Y)	($^{\circ}$)	2.0580	2.0605	0.5114
time	(s)	1	33	1678

Résultat sur données synthétiques : influence de σ^2

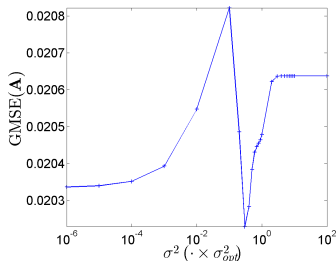
Deux risques lors du choix de σ^2

- ▷ σ^2 trop important : capture du bruit, risque d'introduire du bruit dans le démélange ;
- ▷ σ^2 trop faible : perte d'information (variabilité) ;
- ▷ valeur empiriquement optimale (inconnue en pratique) :

$$\sigma_{opt}^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \|\mathbf{dM}_n^{th}\|_F^2.$$



(a)



(b)

FIGURE 6: Influence du choix de σ^2 sur les résultats (aSAM(\mathbf{M}), GMSE(\mathbf{A})).

Constantes utilisées : 500 itérations, $\alpha = \beta = 0$, $\gamma_i = 1.1$.

Résultat sur données réelles

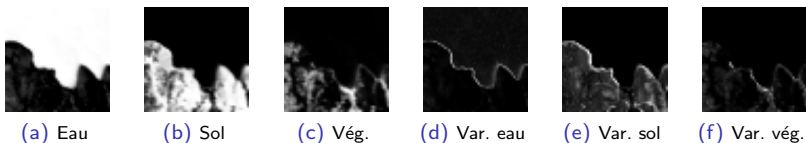


FIGURE 7: Abondances et répartition de la variabilité [noir = 0, blanc = 1 pour les abondances, et $\max_{k,n}(\|\mathbf{dm}_{k,n}\|_2/\sqrt{L}) = 0.08$ pour la variabilité].

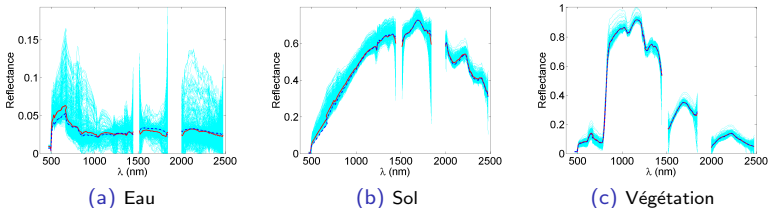


FIGURE 8: Spectres purs estimés (méthode proposée en rouge, VCA en pointillés bleus, variabilité en cyan).

Constantes utilisées : $\varepsilon = 10^{-3}$, $\alpha = 0$, $\beta = 2.2 \times 10^{-4}$, $\sigma^2 = 28.4$, $\gamma_i = 1.1$.

Conclusion et perspectives

Conclusion

- Proposition d'un modèle explicite de variabilité dans le cas de mélanges linéaires, ainsi qu'une méthode d'estimation non-supervisée ;
- Modèle suffisamment générique pour être adapté à la problématique d'images multi-temporelles.

Perspective

- Exploitation d'une série d'images hyperspectrales :
 - ▷ développement d'algorithmes en ligne pour l'exploitation des données ;
 - ▷ prise en compte de la variabilité temporelle des endmembers.

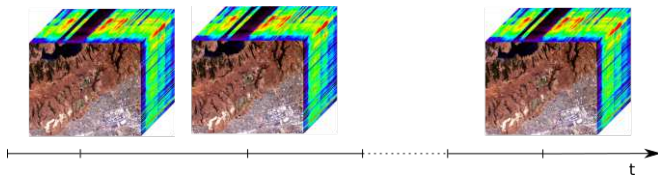


FIGURE 9: Série temporelle d'images hyperspectrales.

Merci de votre attention !



FIGURE 10: Série temporelle utilisée dans les travaux en cours.

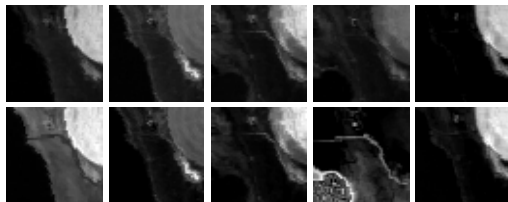











FIGURE 11: Cartes d'abondance de la végétation (PLMM ligne du haut, VCA/FCLS ligne du bas).

-  B. Somers, M. Zortea, A. Plaza, and G. Asner, "Automated extraction of image-based endmember bundles for improved spectral unmixing," *IEEE J. Sel. Topics Appl. Earth Observ. in Remote Sens.*, vol. 5, no. 2, pp. 396–408, April 2012.
-  D. Roberts, M. Gardner, R. Church, S. Ustin, G. Scheer, and R. Green, "Mapping chaparral in the Santa Monica mountain using multiple endmember spectral mixture models," *Remote Sens. Environment*, vol. 65, no. 3, pp. 267–279, Sept. 1998.
-  M. A. Goenaga, M. C. Torres-Madronero, M. Velez-Reyez, S. J. V. Bloem, and J. D. China, "Unmixing analysis of a time series of hyperion images over the Guánica dry forest in Puerto Rico," *IEEE J. Sel. Topics Appl. Earth Observ. in Remote Sens.*, vol. 6, no. 2, pp. 329–338, April 2013.
-  O. Eches, N. Dobigeon, C. Mailhes, and J.-Y. Tournet, "Bayesian estimation of linear mixtures using the normal compositional model. Application to hyperspectral imagery," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 19, no. 6, pp. 1403–1413, June 2010.
-  X. Du, A. Zare, P. Gader, and D. Dranishnikov, "Spatial and spectral unmixing using the beta compositional model," *IEEE J. Sel. Topics Appl. Earth Observ. in Remote Sens.*, vol. 7, no. 6, pp. 1994–2003, June 2014.

-  P.-A. Thouvenin, N. Dobigeon, and J.-Y. Tournet, "Hyperspectral unmixing with spectral variability using a perturbed linear mixing model," Feb. 2015, submitted. [Online]. Available : <http://arxiv.org/abs/1502.01260/>
-  J. Bolte, S. Sabach, and M. Teboulle, "Proximal alternating linearized minimization for nonconvex and nonsmooth problems," *Mathematical Programming*, vol. 1-2, no. 146, pp. 459–494, July 2013.
-  J. Chen, C. Richard, and P. Honeine, "Nonlinear estimation of material abundance in hyperspectral images with ℓ_1 -norm spatial regularization," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 52, no. 5, pp. 2654–2665, May 2014.
-  M. Berman, H. Kiiveri, R. Lagerstrom, A. Ernst, R. Dunne, and J. F. Huntington, "ICE : A statistical approach to identifying endmembers in hyperspectral images," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 42, no. 10, pp. 2085–2095, Oct. 2004.